**ВАРИАНТ 101**

С1. Решите уравнение http://reshuege.ru:89/formula/40/4007a22f8062302745560cc6eeabaf37.png.

**Решение.**

Левая часть уравнения имеет смысл при http://reshuege.ru:89/formula/cc/cc294d2a5ca57f4e9e96d00042511342.png.   
  
Если http://reshuege.ru:89/formula/f2/f2d8137460bd8df5051e61847fed8831.png, то http://reshuege.ru:89/formula/e0/e076298e3369a54ee0bb02aceb0049a3.png, откуда  http://reshuege.ru:89/formula/07/07b9121aa496f5de6cdf30a34cf7e4ee.png.

Если http://reshuege.ru:89/formula/2e/2efaa7d8b21622868bf705fbeac3caf2.png, то http://reshuege.ru:89/formula/28/2841b7ca1601ecfe7e31fcbfeb857228.png, откуда  http://reshuege.ru:89/formula/bb/bbda2de924896e39a65a0269f735befe.png или http://reshuege.ru:89/formula/ab/ab1a2b560a6a8c352fabc67f6d5cff98.png.

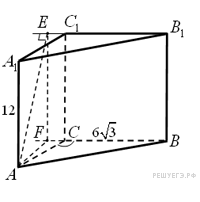
Уравнение http://reshuege.ru:89/formula/bb/bbda2de924896e39a65a0269f735befe.png не имеет решений. Учитывая, что http://reshuege.ru:89/formula/cc/cc294d2a5ca57f4e9e96d00042511342.png, из уравнения http://reshuege.ru:89/formula/ab/ab1a2b560a6a8c352fabc67f6d5cff98.png получаем:

http://reshuege.ru:89/formula/43/430f31e1b9b8e894c787a508eec3b88d.png.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/07/07b9121aa496f5de6cdf30a34cf7e4ee.png, http://reshuege.ru:89/formula/43/430f31e1b9b8e894c787a508eec3b88d.png.

**С2**

Основанием прямой призмы http://reshuege.ru:89/formula/0b/0b2b958b93dff08e6c625c552031c5a0.png является равнобедренный треугольник *ABC*, боковая сторона которого равна http://reshuege.ru:89/formula/84/849e69e3e70e1edfa9b0764a4fe962a5.png а угол *ACB* равен http://reshuege.ru:89/formula/80/80deb36414e9f1493e9d14981edb5699.png. Найдите расстояние от точки *А* до прямой http://reshuege.ru:89/formula/d9/d9a94663eb5f8c777a85e29f3eddf660.png, если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 12.

**Решение.**

Опустим из точки *A* перпендикуляр *AE* на прямую http://reshuege.ru:89/formula/78/783a00c157676c6473c940f842fd4b08.png и проведем в плоскости грани http://reshuege.ru:89/formula/77/772b44129f6d85e53429ea1d2e910658.png прямую *EF*, параллельную прямой http://reshuege.ru:89/formula/31/318de729315e4647d9087bcfcb2c573e.png. Так как http://reshuege.ru:89/formula/5f/5f02a26db68b824c9fd6408c34bd9d3f.png, то и http://reshuege.ru:89/formula/2e/2e4986511bf301591bcd991bd8e5fb87.png, а, значит, прямая *AF* является проекцией прямой *AE* на плоскость *ABC*. Поскольку http://reshuege.ru:89/formula/dd/ddfd0c7f123f5d0a9e41b9d8aa9c515a.png, то http://reshuege.ru:89/formula/35/35855b98759a8276a82c77a795abfa57.png, а, следовательно, и http://reshuege.ru:89/formula/b9/b9557c150beee64e3280b055bd4acb5c.png согласно теореме о трех перпендикулярах.   
  
Далее находим:   
1) из http://reshuege.ru:89/formula/b4/b43b9e889c9f5d102ae055ff3b2e5e29.png: http://reshuege.ru:89/formula/22/2296007d78d220c7538ccc206751a4e0.png;   
2) из http://reshuege.ru:89/formula/da/da7a9a57f7f9812df043be1ec68b3f0a.png: http://reshuege.ru:89/formula/68/68388bb3249fffd6d83929623a07a523.png.

Ответ: 15.

**С3**

Решите неравенство http://reshuege.ru:89/formula/2f/2f27b2cea296b4a7f01101e442770b01.png.

**Решение.**

http://reshuege.ru:89/formula/5f/5f1acf6506fee1086d4f2bcfb50b8eb7.png.

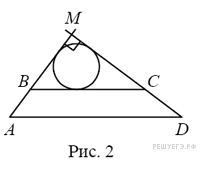
Сделав замену переменной http://reshuege.ru:89/formula/98/987f3be0be4a49300f701d44e8fa76c8.png, получаем:

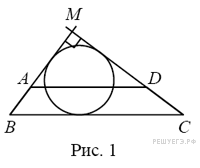
http://reshuege.ru:89/formula/f7/f70c09892d9e6f3ca1e81192bf7a85fd.png

1. http://reshuege.ru:89/formula/c3/c3871a5cc14f15ea034474eaddc38816.png   
   2) http://reshuege.ru:89/formula/78/7864523a57cccbef294a0d35816841b2.png   
   Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/2f/2f0c716f45fcb3ec53fa3839a22c6717.png.

**С4**

Боковые стороны *AB* и *CD* трапеции *ABCD* равны 6 и 8 соответственно. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен 5, средняя линия трапеции равна 25. Прямые *AB* и *CD* пересекаются в точке *М*. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник *ВМС*.

**Решение.**

В любой трапеции отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности оснований трапеции, а средняя линия — полусумме оснований трапеции. В нашем случае полуразность оснований равна 5, а полусумма оснований равна 25, поэтому основания трапеции равны 20 и 30.   
Предположим что http://reshuege.ru:89/formula/28/2848f9a8ff9cad040629903e62ba5987.png (рис. 1). Стороны *BС* и *АD* треугольников *МВС* и *MAD*параллельны, поэтому эти треугольники подобны с коэффициентом http://reshuege.ru:89/formula/bb/bb1c2d2d4a95bfdc63a71f006250fb13.png Значит,

http://reshuege.ru:89/formula/69/69c6318493af8ee47bd11c36336e3814.png, http://reshuege.ru:89/formula/a9/a9d32010474992f6caa9d27901851b88.png.

Заметим, что http://reshuege.ru:89/formula/25/2599bf854903050abb99b8df5a49803d.png, поэтому треугольник *МВС* — прямоугольный с гипотенузой *BС*. Радиус его вписанной окружности равен: http://reshuege.ru:89/formula/38/3864673c234a55ee65e43e717d667164.png.   
Пусть теперь http://reshuege.ru:89/formula/93/93d1c00ba99d78e8109f5932ea3417dc.png, http://reshuege.ru:89/formula/9b/9bc7d7155ceb82c1741183c26f5aff0e.png (рис. 2). Аналогично предыдущему случаю можно показать, что радиус вписанной окружности треугольника *MAD* равен 6. Треугольник *MAD* и *МВС* подобны с коэффициентом http://reshuege.ru:89/formula/bb/bb1c2d2d4a95bfdc63a71f006250fb13.png Значит, радиус вписанной окружности треугольника *МВС* равен http://reshuege.ru:89/formula/e7/e7a26044ff8bd58067dd37fc5ad97867.png.

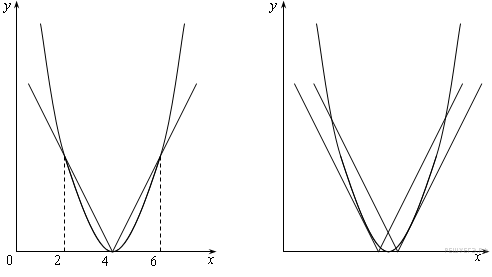
Ответ: 4; 6.

**С5**

Найдите все значения *а*, при каждом из которых уравнение http://reshuege.ru:89/formula/45/455e93d5e87aff94cab8cb8bdc3c2a93.png имеет ровно три различных решения.

**Решение.**

Запишем уравнение в виде http://reshuege.ru:89/formula/33/337513f1e0234e7de002ddcead0ab8f9.png и рассмотрим графики функций http://reshuege.ru:89/formula/3e/3e4a81a9e18cc2be7ce2daa91543db6c.png и http://reshuege.ru:89/formula/86/8698db250a947fa6c76f6277484193f0.png.   
График первой функции — парабола, график второй функции — угол с вершиной в точке *а*.



Уравнение будет иметь три различных решения в следующих случаях.   
1. Вершина параболы совпадает с вершиной угла (рис. 1).   
2. Одна из сторон угла касается параболы (рис. 2).   
В первом случае http://reshuege.ru:89/formula/3c/3c9d2347726735da8c5c1ed9a44f5759.png, и уравнение имеет три корня: 2, 4, 6. Рассмотрим второй случай. Пусть правая сторона угла касается параболы. Уравнение http://reshuege.ru:89/formula/50/5086ec2a81e775f021dbeb8e74f53942.png, а должно иметь единственное решение.   
Приведём уравнение к стандартному виду:

http://reshuege.ru:89/formula/32/32cf3e79a3090acc536f2262f7db71fa.png.

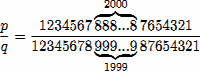
Из равенства нулю дискриминанта получаем  http://reshuege.ru:89/formula/96/9622d30b2411b8dd5904e04e8389b7fa.png,

откуда http://reshuege.ru:89/formula/00/0044770cd861c3bce691bc3c72586afe.png.   
Если параболы касается левая сторона угла, получаем уравнение

http://reshuege.ru:89/formula/5e/5eb610f3ea737d8887a98985fc4bfbfb.png; http://reshuege.ru:89/formula/21/21df87e1628d21c48a9a0871556393b9.png.

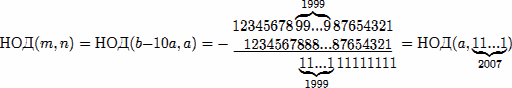
Оно имеет единственное решение, только если http://reshuege.ru:89/formula/72/7274da18afc80535c61c724cf7112e6c.png.   
Ответ: 3,5; 4; 4,5.

**С6**

Найдите несократимую дробь http://reshuege.ru:89/formula/82/82cc0bc4c78050c388d2be3ea2c5905e.png такую, что .

**Решение.**

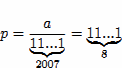
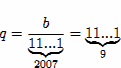
Пусть http://reshuege.ru:89/formula/b8/b866f0ee93cf53b34038d12b9f382ff5.png, http://reshuege.ru:89/formula/9b/9b7de5fa8054cdd23545c86078b44ad9.png, а http://reshuege.ru:89/formula/34/34c41c15b208826f4586d4f05d134f8a.png — наибольший общий делитель чисел http://reshuege.ru:89/formula/bb/bb5307f40ea286738b142b197e68b8de.png.   
Тогда http://reshuege.ru:89/formula/da/daa90d469a44fcb653941ee48bfd459d.png.

.

Заметим, что http://reshuege.ru:89/formula/c4/c4af124ff9ff4906f3055312213d0d9b.png, значит *а*: http://reshuege.ru:89/formula/5c/5cf7813f191ddf2ed8254f7a3aba9aac.png.   
Поэтому

http://reshuege.ru:89/formula/44/44f793c4047d73389cf7700b0f86aacb.png.

Кроме того,

, .

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/ca/ca1580e50a95516173ff6ffc079f7aca.png.

**ВАРИАНТ 102**

Решите уравнение http://reshuege.ru:89/formula/a3/a3b1e15750ab392a9861230f7ff06010.png.

**Решение.**

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю и не теряет смысла. Поэтому данное уравнение равносильно системе:

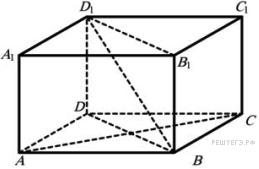
http://reshuege.ru:89/formula/d1/d1c8ce490f14683b7f77bb0ef5337140.png

Решив уравнение системы как квадратное относительно http://reshuege.ru:89/formula/96/96eb9bf5314b593783ee57983efbed9d.png, находим http://reshuege.ru:89/formula/ab/ab1a2b560a6a8c352fabc67f6d5cff98.png либо http://reshuege.ru:89/formula/7b/7b3f53631ae05cba456db05c0c17b9bf.png. Если http://reshuege.ru:89/formula/ab/ab1a2b560a6a8c352fabc67f6d5cff98.png, то http://reshuege.ru:89/formula/54/54ac8feb29fd2f1c41dd638fb4c54577.png и условие http://reshuege.ru:89/formula/26/2604b2567e01dcc34fe600c4a8ec26d8.png выполняется. Следовательно, http://reshuege.ru:89/formula/91/91f48868917773ed4de381566ad70871.png. Если http://reshuege.ru:89/formula/7b/7b3f53631ae05cba456db05c0c17b9bf.png, то http://reshuege.ru:89/formula/87/87be31d0c836b0a2aac6290560a584e3.png. В этом случае с учетом неравенства http://reshuege.ru:89/formula/26/2604b2567e01dcc34fe600c4a8ec26d8.png системы получаем, что из двух точек единичной окружности, соответствующих решениям уравнения http://reshuege.ru:89/formula/7b/7b3f53631ae05cba456db05c0c17b9bf.png, нужно оставить только ту, для которой http://reshuege.ru:89/formula/e0/e03cb4e1622afeb6dddc264266429812.png. Это точка четвертой четверти, и решение уравнении имеет вид

http://reshuege.ru:89/formula/23/2331e20a230003524dbe43aec105cf45.png.

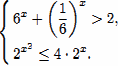
Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/91/91f48868917773ed4de381566ad70871.png; http://reshuege.ru:89/formula/04/04343c1e49a9a3bab4e1a4942e7f40a6.png.

**С2**

Основание прямой четырехугольной призмы http://reshuege.ru:89/formula/f1/f1e6bb9151e25757c8ade7c108595056.png — прямоугольник http://reshuege.ru:89/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7.png, в котором http://reshuege.ru:89/formula/2d/2d4c051086e3b9660c0d445731d7905f.png, http://reshuege.ru:89/formula/99/9968baa623c8f66563d5fbbf55ee4eb3.png. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра http://reshuege.ru:89/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1.png перпендикулярно прямой http://reshuege.ru:89/formula/91/91645e11ec157b3267998a44726c2fc6.png, если расстояние между прямыми http://reshuege.ru:89/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png и http://reshuege.ru:89/formula/30/308298644bae418f3d399842f9e404b4.png равно 13.

**Решение.**

Расстояние между прямыми http://reshuege.ru:89/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png и http://reshuege.ru:89/formula/91/91645e11ec157b3267998a44726c2fc6.png равно расстоянию между основаниями, то есть высоте призмы. Значит, высота призмы равна 13.   
Угол между плоскостями равен углу между прямыми, перпендикулярными этим плоскостям. Поэтому искомый угол равен углу между ребром http://reshuege.ru:89/formula/ba/baf0423154530cc8172d0c40a6b33aeb.png и прямой http://reshuege.ru:89/formula/91/91645e11ec157b3267998a44726c2fc6.png.   
Рассмотрим треугольник http://reshuege.ru:89/formula/06/06e4a9c21137811c9d2c5f1650b0113f.png. Его катеты равны http://reshuege.ru:89/formula/f6/f6bbf69a485d2d02a638440850015adf.png, http://reshuege.ru:89/formula/a0/a056fbc28df0eda46736553cedd4ad4c.png. Значит, http://reshuege.ru:89/formula/dc/dcb6bfb020e2910fb2a1781bbde8ae70.png.   
**Ответ:** 45http://reshuege.ru:89/formula/08/080e9604620a20dbce9c4f12a20b75a1.png.



**С3**

Решите систему неравенств

**Решение.**

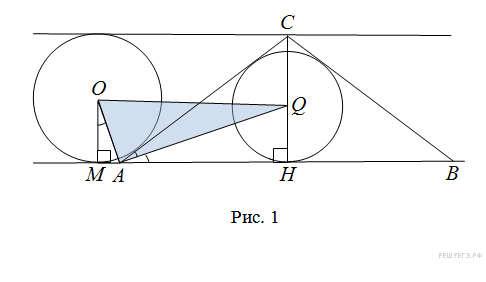
Последовательно получаем:

http://reshuege.ru:89/formula/e0/e0084d88826d688cc991b0363b2f81b3.png

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/f5/f54e669f4bdd64995cc49cc016dbc959.png.

**С4**

Расстояние между параллельными прямыми равно 6. На одной из них лежит вершина *C*, на другой — основание *AB*равнобедренного треугольника *ABC*. Известно, что http://reshuege.ru:89/formula/8c/8cf3b4b77509ae47e961030a55e888f7.png Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых писана в треугольник *ABC*, а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника *ABC*.

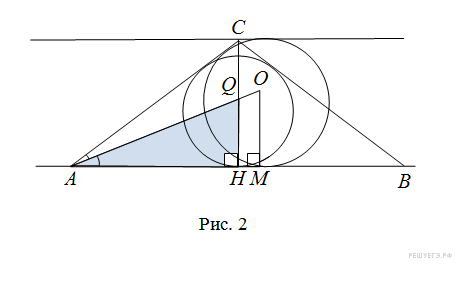
**Решение.**

Пусть http://reshuege.ru:89/formula/1e/1ee0bf89c5d1032317d13a2e022793c8.png — высота треугольника, http://reshuege.ru:89/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png — радиус окружности, вписанной треугольник http://reshuege.ru:89/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, http://reshuege.ru:89/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png — центр этой окружности. Так как, http://reshuege.ru:89/formula/16/16aff414d07bcf943c9b11f20b790e93.png, то http://reshuege.ru:89/formula/2c/2ccd7210af04cf09fe6e214535feeae7.png. Следовательно, полупериметр треугольника http://reshuege.ru:89/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png равен http://reshuege.ru:89/formula/d1/d113de1a31bd49328ccdc6d25fee6dbc.png, а его площадь http://reshuege.ru:89/formula/e6/e6de0c7009f6cb97fa86d4ce0cffbe5c.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/80/806d2a6aebc7f74690fe469d63efaccc.png.

Пусть http://reshuege.ru:89/formula/18/184a1aecea3bc8ede37bc097084969f9.png. Тогда http://reshuege.ru:89/formula/8c/8c715319b9077dd2968858417875876b.png, http://reshuege.ru:89/formula/fc/fc25a4f2d6261f034a105c01c763c535.png, http://reshuege.ru:89/formula/d4/d4e8795d4f123c9ca33b7d5c6882ed91.png.   
  
Пусть окружность с центром http://reshuege.ru:89/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.pngкасается данных параллельных прямых и боковой стороны http://reshuege.ru:89/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png равнобедренного треугольника http://reshuege.ru:89/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, причем прямой http://reshuege.ru:89/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png — в точке http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png , и не имеет общих точек с боковой стороной http://reshuege.ru:89/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png (рис. 1). Нетрудно понять, что радиус этой окружности равен 3.   
Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому http://reshuege.ru:89/formula/2c/2c64c5cf613d8b9f4f7f3980d29aca10.png — биссектриса угла MAC . Тогда

http://reshuege.ru:89/formula/58/58a2175f2fdddb8f8de9376a26471783.png,   
http://reshuege.ru:89/formula/45/45fd5ec779bfc768f8a284996be4809f.png, http://reshuege.ru:89/formula/53/53ee393d21d74d5b1d4b67c7f30c8297.png,  http://reshuege.ru:89/formula/75/7572fc0a6a336832e996d4d69904850a.png.

Из прямоугольного треугольника http://reshuege.ru:89/formula/51/519058e7e3798bd94c8c27e9ec77dc53.png находим, что

http://reshuege.ru:89/formula/4c/4c5e6126032a238a68ff7666e0941923.png.

Пусть теперь окружность с центром http://reshuege.ru:89/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png касается данных параллельных прямых и боковой cтороны http://reshuege.ru:89/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png равнобедренного треугольника http://reshuege.ru:89/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, причем прямой http://reshuege.ru:89/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png — в точке http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png, и пересекает боковую сторону http://reshuege.ru:89/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png(рис. 2).   
Тогда точки O и Q лежат на биссектрисе угла http://reshuege.ru:89/formula/bc/bcf30d7f4abd7593b752cacd38ff491c.png. Треугольник http://reshuege.ru:89/formula/81/8154e5c303d1ac0fddea00154b517c4b.png подобен треугольнику http://reshuege.ru:89/formula/89/891d80c2073280f4eea9174dbf6c4ed9.pngс коэффициентом http://reshuege.ru:89/formula/44/4487ce1a7d7a95ce3e6131f597f64157.png, поэтому

http://reshuege.ru:89/formula/3a/3a6a87fe2a065c60fa3e61080c1622bb.png  
.

Следовательно,

http://reshuege.ru:89/formula/2e/2e118b01977f9647c6be7e7e86fd4f63.png

. Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/46/46080580fb8fd007839b04918270298d.png или http://reshuege.ru:89/formula/b5/b51b0048a656bee179b920c3ee33b36b.png

**С5**

Найдите все значения параметра *а*, при каждом из которых система уравнений http://reshuege.ru:89/formula/20/20bd66293f1e68f20d934ed0979d9ea0.png имеет ровно четыре решения.

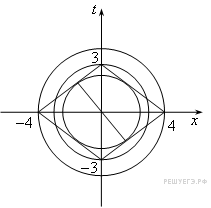
**Решение.**

Преобразуем данную систему: b= -

http://reshuege.ru:89/formula/f0/f0a87f1d2c2cb7839f69a6657d024527.png

Сделав замену переменной http://reshuege.ru:89/formula/c8/c8eff944d0e0cda8690fcabc7dcdf121.png, получаем систему

http://reshuege.ru:89/formula/bc/bcc3f18ca2125bd16ac866efc8cf3c7b.png

Заметим, что количество решений полученной системы совпадает с количеством решений исходной системы. Построим графики уравнений (1) и (2) в системе координат *Oxt*.   
График первого уравнения — ромб, диагонали которого, равные 8 и 6, лежат соответственно на осях *Ох* и *Ot*, а графиком второго уравнения является окружность с центром в начале координат и радиусом http://reshuege.ru:89/formula/0c/0c71df7c19541153b57bedef652320c6.png (см. рисунок).

http://reshuege.ru:89/formula/6f/6f4785a1a23103baa4ac4f152efa741b.pngГрафики уравнений системы имеют ровно четыре общих точки, и, следовательно, система имеет ровно четыре решения, тогда и только тогда, когда окружность либо вписана в ромб, либо ее радиус удовлетворяет условию

В первом случае радиус окружности является высотой прямоугольного треугольника с катетами, равными 3 и 4, откуда

http://reshuege.ru:89/formula/4c/4c587f05be5fee161ad3b6962cd19692.png, http://reshuege.ru:89/formula/89/89ce5d0032f2bf3e6beced502cece469.png.

Во втором случае получаем http://reshuege.ru:89/formula/5f/5f1e96d0b18595588671225f52d6c73f.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/3c/3cf85141f95798d76a99613d273ef9c2.png; http://reshuege.ru:89/formula/0c/0c0744578f658f8da19cc2c9cb16a3c7.png.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/89/89ce5d0032f2bf3e6beced502cece469.png; http://reshuege.ru:89/formula/3c/3cf85141f95798d76a99613d273ef9c2.png; http://reshuege.ru:89/formula/0c/0c0744578f658f8da19cc2c9cb16a3c7.png.

**С6**

Найдите все тройки натуральных чисел *k*, *m* и *n*, удовлетворяющие уравнению http://reshuege.ru:89/formula/db/db357e3eb0c676ef97900010f73bf028.png.

**Решение.**

1. Так как http://reshuege.ru:89/formula/57/57198ea0b8b2bb39ad2ad9070466e477.png, то http://reshuege.ru:89/formula/ae/ae390809ea53e689da14225a49b05429.png и http://reshuege.ru:89/formula/6e/6ef4fae10da0f7cd435b225d763f1709.png.   
  
2. Пусть http://reshuege.ru:89/formula/38/385073cc60c6ca65306d5258aaeeb833.png, тогда http://reshuege.ru:89/formula/22/222d1e21616897ee70595766c78fd2a9.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/85/85d4284c0830a1e1a64d478cb69efb93.png и http://reshuege.ru:89/formula/65/653f3e46137c92e5a3f285c65f0c183c.png.   
  
3. Пусть http://reshuege.ru:89/formula/c7/c7d4d0436a51b59e05b78c142578ede9.png, тогда http://reshuege.ru:89/formula/16/167b5baf2e75e484e707fbcd525f9d08.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/27/27d23a7ae5edafeb2b1d91f319318608.png и http://reshuege.ru:89/formula/cd/cdad9f4c878259bf97678d165e59cbbd.png.   
  
4. Далее конечным перебором значенийhttp://reshuege.ru:89/formula/d9/d93975a1f61dc3332a4beeceb96e6a5e.png, http://reshuege.ru:89/formula/be/bebbba88d2776331c5b82e9e1a4c1888.png находим все решения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***n*** | ***k*** | **http://reshuege.ru:89/formula/57/57198ea0b8b2bb39ad2ad9070466e477.png** | ***m*** |
| 3 | 3 | http://reshuege.ru:89/formula/eb/eb02098f0adbf049ab7974bde7120fb7.png | 4 |
| 3 | 2 | http://reshuege.ru:89/formula/03/034e08d1b444f0a271183e9a5ddd4d15.png | нет решений |
| 3 | 1 | http://reshuege.ru:89/formula/12/127e9dbd6a0df70124c14ba2234939ce.png | нет решений |
| 2 | 3 | http://reshuege.ru:89/formula/03/034e08d1b444f0a271183e9a5ddd4d15.png | нет решений |
| 2 | 2 | http://reshuege.ru:89/formula/56/56f3a2c6bb71c017c67bec36f6e62f9f.png | нет решений |
| 2 | 1 | http://reshuege.ru:89/formula/39/39b965dbde72ac2586d30ea6187e32fa.png | 3 |
| 1 | 3 | http://reshuege.ru:89/formula/89/89cf9fe497ce722aa89377f052efd5c2.png | нет решений |
| 1 | 2 | http://reshuege.ru:89/formula/39/39b965dbde72ac2586d30ea6187e32fa.png | 3 |
| 1 | 1 | http://reshuege.ru:89/formula/89/89cf9fe497ce722aa89377f052efd5c2.png | нет решений |

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/a2/a2835b832e501dfa0b27a1b6b1da7111.png.

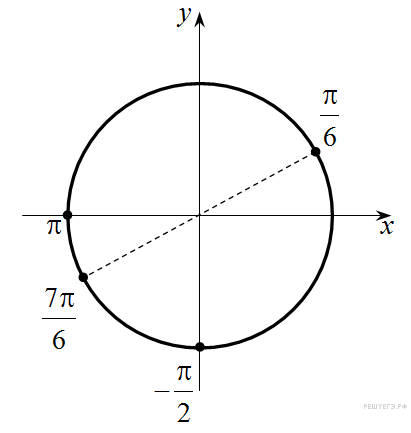
**ВАРИАНТ 103**

**С1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б) | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

а) Решите уравнение http://reshuege.ru:89/formula/8a/8a723aae7652b403fca7b208e3c223ca.png   
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку http://reshuege.ru:89/formula/09/09f3824a51d0f072428447622d74844d.png

**Решение.**

а) Преобразуем уравнение и разложим левую часть на множители:

http://reshuege.ru:89/formula/0f/0f9ea9e0c0ea35ebb830cfadeb116e69.png   
http://reshuege.ru:89/formula/cb/cb374aab53ac671a5b8a08aa958eb835.png   
http://reshuege.ru:89/formula/bc/bce7ad714df2462b20cc0a8c6929749e.png

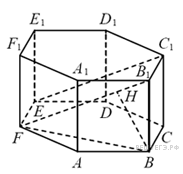
Уравнение http://reshuege.ru:89/formula/1d/1dd3d85e07ea7fa8976df4ae9a020d87.png не имеет корней. Уравнение http://reshuege.ru:89/formula/f2/f27016768ff16cf49b05be6087ecf925.png является однородным тригонометрическим уравнением первой степени. Разделим обе части уравнения на http://reshuege.ru:89/formula/5a/5aef7d120f3b4b15cdcccb0046e31c86.png. Получаем:

http://reshuege.ru:89/formula/e8/e8d9f9daa3a10b69e98c46ddfb2f2578.png

б) Отрезку http://reshuege.ru:89/formula/55/558dee81eca54e77c8f9e82b0b526b74.png принадлежит только корень http://reshuege.ru:89/formula/97/9705d911c6a1037de2ba43df0c2d5335.png

Ответ: а) http://reshuege.ru:89/formula/6b/6b8e15ce8c8d9b81c1a10816a959230e.png, http://reshuege.ru:89/formula/e4/e4af3ae476d7990de97c92fe7c7e16c4.png, б) http://reshuege.ru:89/formula/97/9705d911c6a1037de2ba43df0c2d5335.png

**С2**

В правильной шестиугольной призме http://reshuege.ru:89/formula/23/23b7f7b5b520008c96e15a46953805b1.png все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки *В* до плоскости http://reshuege.ru:89/formula/09/0907ea7f447e97c22f25ca9f2e3dbc49.png.

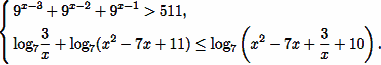
**Решение.**

Прямые http://reshuege.ru:89/formula/78/783dcfa561be19695610550a6f8b230a.png и *FB* перпендикулярны прямой *EF*. Плоскость http://reshuege.ru:89/formula/09/0907ea7f447e97c22f25ca9f2e3dbc49.png, содержащая прямую *EF*, перпендикулярна плоскости http://reshuege.ru:89/formula/64/641ffc542bc35f56ebf46d2685c99b13.png, значит искомое расстояние равно высоте *BH* прямоугольного треугольника http://reshuege.ru:89/formula/64/641ffc542bc35f56ebf46d2685c99b13.png, в котором http://reshuege.ru:89/formula/53/53c1e5826427705e674ff451064b57a3.png, http://reshuege.ru:89/formula/39/393c142c6940ded141c3f1c9a8829f47.png, http://reshuege.ru:89/formula/b8/b87baee74aa5cabe377a3afac7d303ba.png. Поэтому

http://reshuege.ru:89/formula/c4/c49ca4a77606c36ae689fbc422fed06c.png.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/ae/aed430fdf4c64058b58e05bf9ccbbbde.png.

**С3**

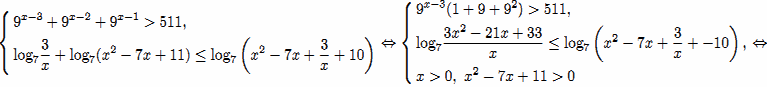
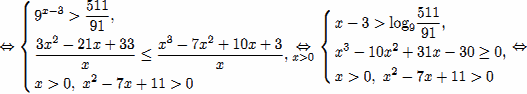
Решите систему неравенств 

**Решение.**

В первом неравенстве вынесем общий множитель за скобки, а во втором воспользуемся тем, что для http://reshuege.ru:89/formula/53/539fa66a54d60fdbd6278ccebed13ddd.png, http://reshuege.ru:89/formula/96/96df96dd95bbf61a8224853c7a06c48c.png и http://reshuege.ru:89/formula/ca/cae9743b2aa30af47283cd8d49c0b452.pngсправедлива равносильность:

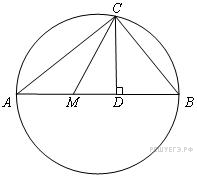
http://reshuege.ru:89/formula/e5/e5cb11df66c2c5f395c0e0fbfd575be2.png.

Тогда

    
  
  
Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/01/018ebd3a843f7549eb994b8c87d7aed4.png.

**С4**

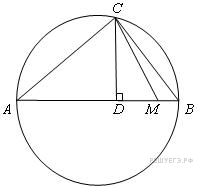
|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины | 2 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из- за арифметической ошибки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит на отрезке http://reshuege.ru:89/formula/0c/0c6ed112a9eb109891082295b6e83622.png На окружности с диаметром http://reshuege.ru:89/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png взята точка http://reshuege.ru:89/formula/b8/b89e5a133abfb103cd888ed2cad06dc5.png удаленная от точек http://reshuege.ru:89/formula/46/4675773653557201b63811ae89973c60.png http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png и http://reshuege.ru:89/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png на расстояния 40, 29 и 30 соответственно. Найдите площадь треугольника http://reshuege.ru:89/formula/c3/c35d74f509577c810b253b17d41bc769.png

**Решение.**

Точка http://reshuege.ru:89/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png лежит на окружности с диаметром http://reshuege.ru:89/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png поэтому http://reshuege.ru:89/formula/7c/7c24c04d957b4d71ce1e389be0d5ae8c.png   
По теореме Пифагораhttp://reshuege.ru:89/formula/d8/d82740a4d321fb42305151a3ad4ebe12.png Пусть http://reshuege.ru:89/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605.png — высота треугольника http://reshuege.ru:89/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png Тогда:

http://reshuege.ru:89/formula/5a/5a25c6efe01142957248b989c6c44488.png   
http://reshuege.ru:89/formula/68/68e7cd0381b906d7b496452225394d36.png

Из прямоугольного треугольника находим:

http://reshuege.ru:89/formula/de/de65a5287a30472665e1ca10e8e8398b.png

Если точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между точками http://reshuege.ru:89/formula/7f/7fc56270e7a70fa81a5935b72eacbe29.png и http://reshuege.ru:89/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png, то http://reshuege.ru:89/formula/51/51a06e1a7b6591aedc5f94c0dbc9f605.png  Следовательно,

http://reshuege.ru:89/formula/bf/bfd3f04d2e1ada6dee1c79ad9e937513.png

Если точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между http://reshuege.ru:89/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png и http://reshuege.ru:89/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png , то http://reshuege.ru:89/formula/2f/2fb5442a0241d8e61200d470f2346a1f.png.   
Следовательно,

http://reshuege.ru:89/formula/57/57906a2b30cb0ad2f27546621265fbc8.png

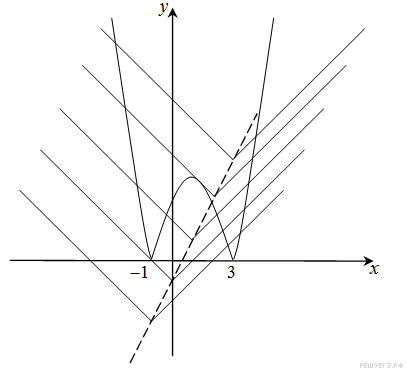
**Ответ:** http://reshuege.ru:89/formula/e9/e91e32b0299fcc67af466041e536a355.png

**С5**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности, например отсутстуют рисунки для различных значений параметра | 3 |
| Ход решения в целом верен, но ответ содержит посторонние числа, или найдено только одно из верных значений | 2 |
| Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без модулей, | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

При каких http://reshuege.ru:89/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661.png уравнение http://reshuege.ru:89/formula/c7/c7b24ba79e1950070735fd386fd38676.png имеет ровно три корня?

**Решение.**

Запишем уравнение в виде http://reshuege.ru:89/formula/81/81ec72bbaa13b96f87585ce3bbdb4d84.png

Построим графики левой и правой частей уравнения (см. рис.) Из рисунка видно, что подходящих значений http://reshuege.ru:89/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661.png ровно два — при одном из них график правой части проходит через точку (−1; 0) при другом — касается отраженного участка параболы.   
Первое происходит при http://reshuege.ru:89/formula/de/ded681eaa02d11064c9a469dd1b3e04c.png, а второе — когда уравнение http://reshuege.ru:89/formula/d3/d39e5d495d4bca35d49905492b4b0d22.png имеет единственный корень. Приравнивая дискриминант к нулю, находим http://reshuege.ru:89/formula/8a/8a622e6397e24d52f8abbe8a398884a1.png

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/1c/1c56fb8a479e4a6cd7c14c0049360be8.png

**С6**

Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны члены возрастающей последовательности натуральных чисел http://reshuege.ru:89/formula/25/25f8410c61cbcf56cf4aeda0fe5be777.png В результате получилось рациональное число, которое выражается несократимой дробью, знаменатель которой меньше 100. Найдите наименьшее возможное значение http://reshuege.ru:89/formula/1f/1fddb94489a68066feaa03abac6eb4cb.png.

**Решение.**

Очевидно, http://reshuege.ru:89/formula/0e/0e29067e06b2a0bc94f53b01b021b24b.png, причем http://reshuege.ru:89/formula/eb/ebeecff7db4eb56b648f7ef3c0fb7a9c.png, только если http://reshuege.ru:89/formula/ee/eef616eec119c7aa8cd6a30c797feab0.png и http://reshuege.ru:89/formula/18/186f14fcc38302d10643c8c31f26bee7.png, то есть если десятичная дробь начинается:  http://reshuege.ru:89/formula/de/de182e65c156ae1e34347ceba053d4f7.png (четвертая цифра не 0).

Заметим, что таким образом начинается, например, число

http://reshuege.ru:89/formula/ed/ed7601f3428115a6f8cd9d05ee2d8c28.png

Найдем число *m* и проверим, удовлетворяет ли оно условиям задачи. Для этого запишем сумму подробнее.

http://reshuege.ru:89/formula/d5/d550eb702af621311a08ef50212daebd.png

В каждой строчке — сумма геометрической прогрессии со знаменателем http://reshuege.ru:89/formula/9a/9a82596123d5182da08daf33c77c6b70.png.  Получаем:

http://reshuege.ru:89/formula/7c/7c7464ae4cb20963c3533be39fbf9c7c.png   
  
http://reshuege.ru:89/formula/03/030dc79724a782819470dab1a4795125.png.

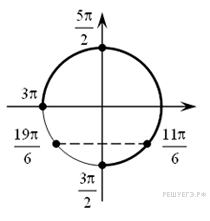
Получается, что *m* — рациональное число, и оно представляется дробью со знаменателем 81, что меньше ста. Число *m*удовлетворяет условию задачи и для этого числа http://reshuege.ru:89/formula/eb/ebeecff7db4eb56b648f7ef3c0fb7a9c.png.   
Ответ: 3.

**ВАРИАНТ 111**

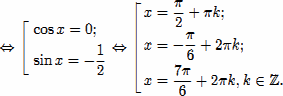
**С1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б 1 | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

а) Решите уравнение http://reshuege.ru:89/formula/61/61d731ef3cc43e540bd0b4477835a925.png.   
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку http://reshuege.ru:89/formula/f3/f3951cceadcdf257abcde6a116ae7a4e.png.

**Решение.**

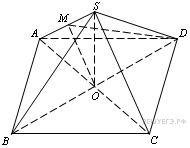
Решим уравнение:

http://reshuege.ru:89/formula/ed/ed7a313ac1dc0aacf39212e525423c7d.png   
  
http://reshuege.ru:89/formula/c6/c62b9b845acf40086e09db2325f8c9b5.png   
  


Отберём корни, принадлежащие отрезку http://reshuege.ru:89/formula/f3/f3951cceadcdf257abcde6a116ae7a4e.png. Это числа (см. рис.): http://reshuege.ru:89/formula/46/46e22512dda741c65df87feb1ce7120f.png.   
Ответ:   
A) http://reshuege.ru:89/formula/6f/6f31de27fbc9ef3457129d64b9cbca34.png.  Б) http://reshuege.ru:89/formula/06/06cb84f28b99730999682bb54b7e371e.png; http://reshuege.ru:89/formula/d9/d9aaa16c9b9625ca91754fd9423918fc.png; http://reshuege.ru:89/formula/d4/d48152af82314cb3d5bf8719e0a7a531.png.

**С2**

В правльной четырехугольной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между плоскостью *SAD* и плоскостью, проходящей через точку *A* перпендикулярно прямой *BD*.

**Решение.**

Пусть точка *O* — центр основания, а *M* — середина ребра *AS*. Поскольку http://reshuege.ru:89/formula/a5/a565c86ad9ac940a881ee356e1e05aa1.png и http://reshuege.ru:89/formula/73/73e8f02c61945d50b5c37e2f130e207b.png плоскость *SAC* перпендикулярна прямой *BD*. Это значит, что плоскость *SAC* и есть плоскость, проходящая через точку *A* перпендикулярно *BD*.

Проведем отрезки *MD* и *MO*. Так как треугольник  *SAD* правильный, http://reshuege.ru:89/formula/93/9377b83c0735c2db478c45d4b7b79068.png Так как треугольник *ASD* — равнобедренный, http://reshuege.ru:89/formula/67/673affa9981bf74174f9bd78ea8df04f.png Следовательно, искомый угол равен углу *OMD*. Найдем стороны треугольника *OMD:*

http://reshuege.ru:89/formula/4f/4f1dca8c9ac41aea063a64a7c7a65e7a.png.

По теореме косинусов:

http://reshuege.ru:89/formula/4b/4bffe8413e233875c13ecbc67003fd71.pnghttp://reshuege.ru:89/formula/01/01f684630bca7cb4249df42f7c69d182.png.

Отсюда

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/17/17d774cb6817f99f903734ea6306b4cd.png.

**С3** Решите систему неравенств http://reshuege.ru:89/formula/78/7888b19748a9960e9689df6879217e45.png

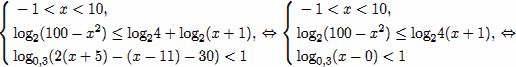
**Решение.**

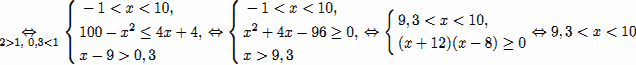
По смыслу задачи http://reshuege.ru:89/formula/e9/e942124e59a8d003b9f8a1a3f5a2ed6b.png, http://reshuege.ru:89/formula/b3/b3a105fc4358d147674f53590e4f2f3d.png, откуда  http://reshuege.ru:89/formula/49/4960a585bec32ff4bc3e850a765cccf8.png.

При этих значениях переменной:

http://reshuege.ru:89/formula/c6/c62717a12a020cb8fa1f548f768d8080.png, http://reshuege.ru:89/formula/9d/9d902ba821de8b636f5dd7e829ab5a00.png и http://reshuege.ru:89/formula/fd/fddddd12af442a69a31870117409681a.png.

Далее имеем:



.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/44/4435b85215fadfddb4d5bbb1387a59e6.png.

**С4** Прямая, перпендикулярная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок прямой, заключённый внутри треугольника, равен 6, а отношение боковой стороны треугольника к его основанию равно http://reshuege.ru:89/formula/a0/a08f6fd5ee7f72ac3ffbec2809ed9df9.png.

**Решение.**

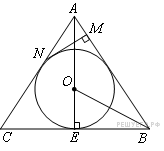
Обозначим данный треугольник *АВС*, http://reshuege.ru:89/formula/26/269be8d75c78a2e96ccaa6157aa109f9.png — основание, http://reshuege.ru:89/formula/70/702879e428b3138e4191bdfe315530b7.png. Заметим, что окружность, о которой говорится в условии, — окружность, вписанная в треугольник ABC. Пусть *О* — её центр, а *Е* — точка касания с основанием *ВС*.   
Обозначим

http://reshuege.ru:89/formula/92/92e03cd5359e0fba84be57ce77ac9044.png, http://reshuege.ru:89/formula/ae/ae5e4c8a637b684ef3dc22ab0a8889d8.png, http://reshuege.ru:89/formula/04/047e9dd465ca965be2e0c744e560731b.png, http://reshuege.ru:89/formula/37/37c191a00c79cee1f759c55ee75111c4.png.

Так как *ВО* — биссектриса треугольника *АВЕ*, то http://reshuege.ru:89/formula/1d/1d31b51befa8895100f3f6aaf37bad03.png, следовательно, http://reshuege.ru:89/formula/6f/6ff4072f0d5c3cfbc9d11e9b86d3972a.png.   
Пусть прямая *MN* перпендикулярная *АВ*, касается окружности, пересекает *АВ* в точке *М*, а *АС* в точке *N* (рис. 1).

http://reshuege.ru:89/formula/72/721dc2615f3f8dc728ce11eac8906f26.png, http://reshuege.ru:89/formula/e0/e092d4de760ea69c4321f977934a6fdd.png, http://reshuege.ru:89/formula/3f/3fe3289558823f61783f7e0cb0dee1fe.png.

Тогда в треугольнике *AMN*

http://reshuege.ru:89/formula/ff/ff926b80ac729bee44f542981f675835.png, http://reshuege.ru:89/formula/fb/fb08d12939e99eb063a6defad4c02565.png, http://reshuege.ru:89/formula/8b/8bc36e858a62dc3563d56f9e74198872.png.

У описанного четырехугольника суммы противоположных сторон равны:

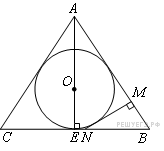
http://reshuege.ru:89/formula/ef/efd164efb76eb4b7d16212d94f2baf98.png, http://reshuege.ru:89/formula/bb/bb719909af02f1b3c87809e5e38e5875.png,

откуда находим: http://reshuege.ru:89/formula/30/30dff1ef58a441b0e774ae45b263338d.png, http://reshuege.ru:89/formula/e8/e8cef7e598c8fdb1785ae4247600610d.png.

Пусть прямая *MN* перпендикулярная *АВ*, касается окружности, пересекает *АВ* в точке *М*, а *ВС* в точке *N* (рис. 2). В прямоугольном треугольнике *AMN*

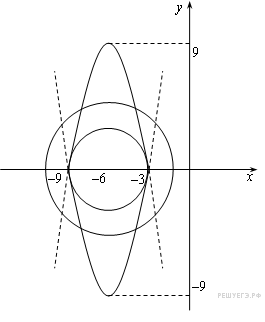
http://reshuege.ru:89/formula/90/90f63f35db6f37b5a9a76f916c3b1ec6.png, http://reshuege.ru:89/formula/4e/4edb16cf8abc0e0d7021fc6d85557c2e.png, http://reshuege.ru:89/formula/aa/aa4c4fb89e47a0e04d0bd091b1d2b352.png.

У описанного четырёхугольника суммы противоположных сторон равны:

http://reshuege.ru:89/formula/95/958ba7989bc8cdd6fccdf0f6da3ecb1a.png, http://reshuege.ru:89/formula/93/93d6eab4d767e4e398cd1de2e86ad7fd.png,

откуда находим: , http://reshuege.ru:89/formula/58/5870bb658ee9e8a6900c138365d64c80.png, http://reshuege.ru:89/formula/6c/6cf0c9ac65518e75bc766f93c2694051.png.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/fe/fe6726f46f877a9be45ab402ebb5889b.png или http://reshuege.ru:89/formula/01/01fe38bc26d95ab9a4063e310d02b825.png.

**С5** Найдите все значения параметра *а*, при каждом из которых система http://reshuege.ru:89/formula/77/7752dee3b0597e4266c835d7eaa67649.png имеет ровно 4 решения.

**Решение.**

Преобразуем систему:

http://reshuege.ru:89/formula/35/3513ac64a4eef4e80eca19b6019d2ca8.png

Первое уравнение задает части двух парабол:

http://reshuege.ru:89/formula/1d/1d6549d4213c043f862848fc90005a97.png

(см. рисунок).

Второе уравнение задает окружность радиусом http://reshuege.ru:89/formula/da/dac58885b42dda89f2cecff1e86d3dfc.png с центром http://reshuege.ru:89/formula/21/213b4eeb0d2b406de322c42035d30e09.png.   
На рисунке видно, что четыре решения системы получаются в двух случаях.   
1. Окружность касается каждой из ветвей обеих парабол.   
2. Окружность пересекает каждую из ветвей обеих парабол в двух точках, лежащих по разные стороны от оси абсцисс.   
Составим уравнение для ординат общих точек окружности и параболы http://reshuege.ru:89/formula/dd/dd402d2658eabb3fafa493327b942aa0.png. Получим: http://reshuege.ru:89/formula/dd/dd6f364f20877edbb08f6aab5345b445.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/8d/8d77f344e2397cf6b6d8cfc73716d8de.png.

Чтобы окружность касалась парабол, уравнение должно иметь нулевой дискриминант: http://reshuege.ru:89/formula/c2/c25d9fc7924b8aa891a27a76fcf38d01.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/5c/5c8726a023bb0875789ac19d309d0781.png.

Во втором случае радиус окружности заключен между числами 3 и 9.   
Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/78/78ebc10291f273274719b67c6e0a4cf2.png, http://reshuege.ru:89/formula/b9/b9d55f2f9ccb270f651d50ec7cbb092d.png, http://reshuege.ru:89/formula/df/df41de4f6f641b418d77599505dd267f.png, http://reshuege.ru:89/formula/41/41d17de20e567c19ab91080237a93996.png.

**С6** Найдите все такие пары натуральных чисел *a* и *b*, что если к десятичной записи числа *a* приписать справа десятичную запись числа *b*, то получится число, большее произведения чисел *a* и *b* на 32.

http://reshuege.ru:89/formula/73/73a03a8c09f7c7bdfbda1c08d7d60890.png**Решение.**

где *k* — число цифр в числе *b*, http://reshuege.ru:89/formula/62/62d86d56c5e87f8ffcea26cc238da1a6.png.   
Тогда http://reshuege.ru:89/formula/e7/e7275039adfe83726caacce7af9f6a43.png, иначе

http://reshuege.ru:89/formula/60/60ef991d17c0449e175415435a6ad8d6.png.

Непосредственно проверяем http://reshuege.ru:89/formula/67/67c52e9eed2de2ffc895fb5b5a976e1f.png. Соответственно: http://reshuege.ru:89/formula/a3/a3f76be81ff9db1780dc89a8a1f0e136.png.   
Ответ: 12 и 8; 23 и 9.

**ВАРИАНТ 112**

**С1**  а) Решите уравнение http://reshuege.ru:89/formula/a5/a57af52c2c524df70852ac275256b15f.png.   
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку http://reshuege.ru:89/formula/bf/bf187fd765335a9d89393d9f6e1e329c.png

http://reshuege.ru:89/formula/8a/8af87ebc86666550f4d31068173f4137.png**Решение.**

а) Преобразуем уравнение:

Если http://reshuege.ru:89/formula/2e/2e1a782dcd4fe6408207ec4082471a62.png, то из уравнения следует http://reshuege.ru:89/formula/1b/1b80e3aecb36493a115514677a0d5c61.png, что невозможно. Значит, на множестве корней уравнения http://reshuege.ru:89/formula/2d/2d9a4145a2d9d920f930aecc4d50f126.png. Разделим обе части уравнения на http://reshuege.ru:89/formula/96/96eb9bf5314b593783ee57983efbed9d.png:

http://reshuege.ru:89/formula/02/0242f78fe5b357357ef464c3e442a4e8.png.

б) Составим двойное неравенство: http://reshuege.ru:89/formula/c8/c864e7500eb42a2b3cf8e121fb842094.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/a7/a74144397a73e1aaef3aeaa145b585fe.png. Следовательно, http://reshuege.ru:89/formula/38/38c9abaca4c0e762d42281e967e45959.png. Поэтому на данном отрезке получаем единственный корень http://reshuege.ru:89/formula/fa/fa159f233b0923ddaf3ef230cf842899.png.

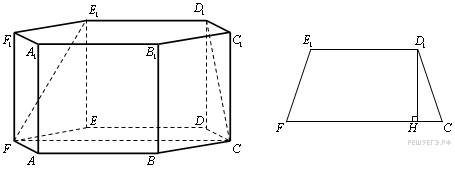
Ответ: а) http://reshuege.ru:89/formula/c4/c4a2e3c08c14769d1c7fabd2cd81ce84.png; б) http://reshuege.ru:89/formula/b3/b333a547858e7cb0d069fde4fa01f7d5.png.

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание критериев оценивания задачи С2** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Верно описана геометрическая конфигурация, построен или описан геометрический объект, который нужно найти, но получен неверный ответ или решение не закончено. | 1 |
| Все прочие случаи. | 0 |

В правильной шестиугольной призме http://reshuege.ru:89/formula/23/23b7f7b5b520008c96e15a46953805b1.png стороны основания которой равны 3, а боковые ребра равны 4, найдите расстояние от точки *С* до прямой http://reshuege.ru:89/formula/b2/b2bfe47f74daf2de1f459cd4a71f4375.png.

**Решение.**

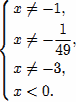
Так как *ABCDEF* правильный шестиугольник, то прямые *FC* и *DE* параллельны, параллельны также прямые http://reshuege.ru:89/formula/b2/b2bfe47f74daf2de1f459cd4a71f4375.png и *DE*, следовательно, прямые http://reshuege.ru:89/formula/b2/b2bfe47f74daf2de1f459cd4a71f4375.png и *FC* параллельны. Расстояние от точки *С* до прямой http://reshuege.ru:89/formula/b2/b2bfe47f74daf2de1f459cd4a71f4375.png, равно расстоянию между прямыми http://reshuege.ru:89/formula/b2/b2bfe47f74daf2de1f459cd4a71f4375.png и *FC*.



В трапеции http://reshuege.ru:89/formula/59/59d69ed5abd04a53fcd8eb49896f5be6.png:

http://reshuege.ru:89/formula/0f/0f81fe400ff6764c54e7343407108477.pnghttp://reshuege.ru:89/formula/7b/7bc4b557d1ce722e3fd20c8d02ac4693.png, http://reshuege.ru:89/formula/2d/2dd320e4c32fb9a699a95d41e9173125.png, http://reshuege.ru:89/formula/e2/e2e6920826b9fd253ee947044e00f05d.png, http://reshuege.ru:89/formula/b6/b6332e308d3fb9cf917fcda39a46d440.png, тогда

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/f7/f7b56c9dd1c913d29ed6b55b848e2022.png.

**С3**  Решите неравенство http://reshuege.ru:89/formula/e0/e095a1a6869d3525cc9f2e79722b2e63.png

**Решение.**

Решение ищем на множестве:

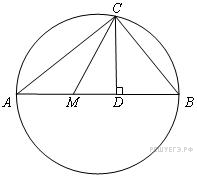
Пусть http://reshuege.ru:89/formula/a6/a6afa2715d7e72d9a89b6f5a874ea80a.png тогда http://reshuege.ru:89/formula/11/110c43388479eb86f487a57ba1039921.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/a4/a4a973a7c640ddc1adc72aaf374e8e68.png.   
Значит, http://reshuege.ru:89/formula/3e/3e79b3c76da60f3a6127b881b825e029.png   
С учетом ограничений получаем: http://reshuege.ru:89/formula/33/339ad0ebf7c551882297b18832b22451.png

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/ae/ae65d731370f249ce3386b95399eb4f1.png

**С3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины | 2 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из- за арифметической ошибки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

Точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит на отрезке http://reshuege.ru:89/formula/0c/0c6ed112a9eb109891082295b6e83622.png На окружности с диаметром http://reshuege.ru:89/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png взята точка http://reshuege.ru:89/formula/b8/b89e5a133abfb103cd888ed2cad06dc5.png удаленная от точек http://reshuege.ru:89/formula/46/4675773653557201b63811ae89973c60.png http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png и http://reshuege.ru:89/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png на расстояния 40, 29 и 30 соответственно. Найдите площадь треугольника http://reshuege.ru:89/formula/c3/c35d74f509577c810b253b17d41bc769.png

**Решение.**

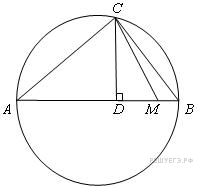
Точка http://reshuege.ru:89/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png лежит на окружности с диаметром http://reshuege.ru:89/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png поэтому http://reshuege.ru:89/formula/7c/7c24c04d957b4d71ce1e389be0d5ae8c.png   
По теореме Пифагораhttp://reshuege.ru:89/formula/d8/d82740a4d321fb42305151a3ad4ebe12.png Пусть http://reshuege.ru:89/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605.png — высота треугольника http://reshuege.ru:89/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png Тогда:

http://reshuege.ru:89/formula/5a/5a25c6efe01142957248b989c6c44488.png   
http://reshuege.ru:89/formula/68/68e7cd0381b906d7b496452225394d36.png

Из прямоугольного треугольника находим:

http://reshuege.ru:89/formula/de/de65a5287a30472665e1ca10e8e8398b.png

Если точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между точками http://reshuege.ru:89/formula/7f/7fc56270e7a70fa81a5935b72eacbe29.png и http://reshuege.ru:89/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png, то http://reshuege.ru:89/formula/51/51a06e1a7b6591aedc5f94c0dbc9f605.png   
Следовательно,

http://reshuege.ru:89/formula/bf/bfd3f04d2e1ada6dee1c79ad9e937513.png

Если точка http://reshuege.ru:89/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между http://reshuege.ru:89/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png и http://reshuege.ru:89/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png , то http://reshuege.ru:89/formula/2f/2fb5442a0241d8e61200d470f2346a1f.png.   
Следовательно,

http://reshuege.ru:89/formula/57/57906a2b30cb0ad2f27546621265fbc8.png

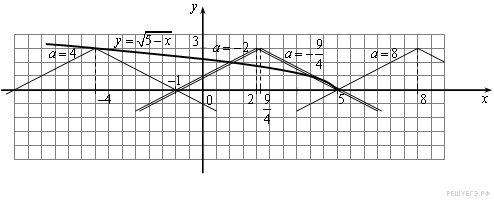
**Ответ:** http://reshuege.ru:89/formula/e9/e91e32b0299fcc67af466041e536a355.png

**С5** Найдите все значения *а*, при каждом из которых множеством решений неравенства http://reshuege.ru:89/formula/ae/ae09075763ba51f5f96dc8c3d295abdd.png является отрезок.

http://reshuege.ru:89/formula/cd/cd427a1542a93e32518f598d4c4c3a3c.png**Решение.**

Перепишем неравенство в виде

и нарисуем эскизы графиков левой и правой частей неравенства.

http://reshuege.ru:89/formula/17/1738f55a78a22257e933b96b29c8b607.png  
Рассматривая взаимное расположение графиков при разных *а*, получаем:

 или http://reshuege.ru:89/formula/20/2049ae3cd943f4f2c2e12f7bef116172.png.

Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/e7/e737774ea1d26acf9b8f0e0a578dd901.png.

**С6** Найдите все целые значения *m* и *k* такие, что http://reshuege.ru:89/formula/d8/d88d2006e37c2db936a1e8377c9ccc9b.png.

**Решение.**

Заметим, что из условия следует, что http://reshuege.ru:89/formula/62/62d86d56c5e87f8ffcea26cc238da1a6.png. Далее имеем:   
  
1. Если http://reshuege.ru:89/formula/e6/e6753e61990bc639ae1869683cb421b7.png, то каждое из слагаемых равно 1, и при http://reshuege.ru:89/formula/c6/c6396ed4cc5304bd08391f37ed820f2e.png равенство будет верно.   
  
2. Если http://reshuege.ru:89/formula/e6/e6384b0ee3faddc93a135be3e78067ab.png, левая часть уравнения не превосходит суммы конечной геометрической прогрессии с первым членом http://reshuege.ru:89/formula/05/05070e6f4c93304350cd06fc04bc4fc0.png и знаменателем http://reshuege.ru:89/formula/05/05070e6f4c93304350cd06fc04bc4fc0.png, сумма которой, в свою очередь, меньше суммы бесконечно убывающей прогрессии с тем же первым членом и тем же знаменателем:

http://reshuege.ru:89/formula/08/08064f9d5c006c0aa9c4ade8efb10e96.png.

Таким образом, в этом случае уравнение решений не имеет;   
3. Если http://reshuege.ru:89/formula/0a/0a0596a02eb219bd6336b93543a68c06.png, то http://reshuege.ru:89/formula/ba/ba4558f9354775b6687e56b219a94c8b.png, откуда получаем:

http://reshuege.ru:89/formula/f8/f8e404683f500a627d760ba510cac7bc.png.

Числа 670 и http://reshuege.ru:89/formula/af/afc9c7048cc9e4265ee0bd3e93d47c7b.png на три нацело не делятся, следовательно, http://reshuege.ru:89/formula/40/40aa2227f8ab9f9737e2ce467090bb9c.png, откуда http://reshuege.ru:89/formula/7f/7fb5c8d29056dbc2ba73c542eb08a01c.png и http://reshuege.ru:89/formula/c8/c80ec974fead93b5707a94a5007bb725.png. Последнее уравнение натуральных решений не имеет.   
Ответ: http://reshuege.ru:89/formula/e6/e6753e61990bc639ae1869683cb421b7.png, http://reshuege.ru:89/formula/c6/c6396ed4cc5304bd08391f37ed820f2e.png.